Inspection d'Académie de Tambacounda — Année scolaire :2022 / 2023

Cellule Régionale Mathématique — Classe : 1er S2

Angles Orientés et Trigonométrique

EXERCICE 1

Pour chacune des mesures suivantes, on demande la mesure principale et de les placer sur le cercle trigonométrique

$-\frac{19\pi}{4}$; $\frac{2000\pi}{3}$; $\frac{95\pi}{7}$; $\frac{28\pi}{4}$; $\frac{37\pi}{8}$; $-\frac{41\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $-\frac{9\pi}{10}$; 19π

EXERCICE 2

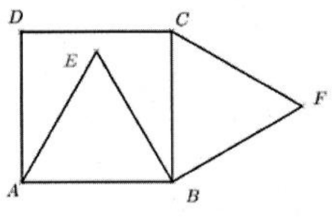
1) On considère un triangle ABC rectangle en C, tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\frac{7\pi}{36}$. Soit O et A' les milieux respectifs des [AB] et [AC]. Trouver la mesure principale des orientés : $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA'})$; $(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA'})$; $(\overrightarrow{OA'},\overrightarrow{OC})$; $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$
2) ABC est un triangle équilatéral direct tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{3}$ les points I, J et K sont les milieux respectifs des cotés [BC], [AC] et [AB]. Déterminer la mesure principale des angles orientés : $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA})$; $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{JK})$; $(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{CA})$
3) A ; B et C sont des tels que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ ont respectivement pour mesures principales $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{4}$
   Déterminer une mesure des angles $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$; $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CB})$

EXERCICE 3

On considère un triangle ABC direct isocèle et rectangle en A. Construire les deux triangles équilatéraux direct AIC et BJA.

1) Faire une figure
2) (a) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AI})$
   (b) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{AI})$
3) (a) Quelle est la nature du triangle AJI ?
   (b) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI},\overrightarrow{JA})$
4) (a) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{JA},\overrightarrow{JB})$; $(\overrightarrow{JB},\overrightarrow{BA})$; $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$
   (b) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JA},\overrightarrow{BC})$
5) En déduire des questions 3) et 4) une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{JI},\overrightarrow{BC})$
   Conclure.

EXERCICE 4

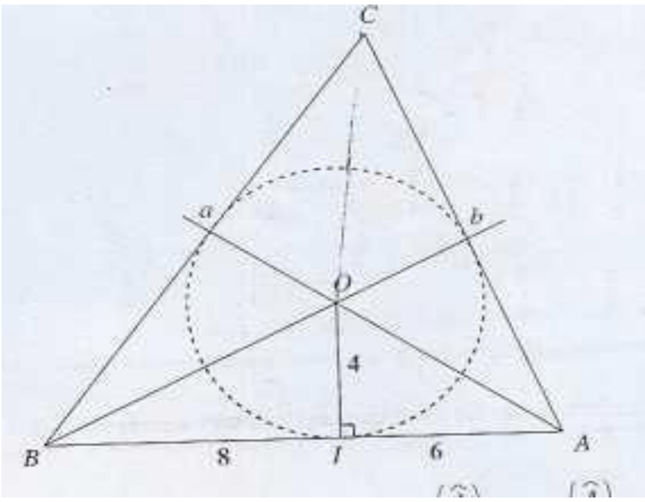


Dans la figure ci – dessus $ABCD$ est un carré et AEB, BCF des triangles équilatéraux.

1. Quelle est la nature des triangles ADE et EBF ?
2. Démontrer que $(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EA})=\frac{5\pi}{12}$
3. Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BF})$ puis en déduire une mesure $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EF})$
4. Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EF})$
   Conclure quant à la position des points D, E et F

EXERCICE 5 :

Dans la figure ci-dessous, on a $AI = 6,\ BI = 8\ et\ OI = 4$.
Le point *O*, intersection des bissectrices, est le centre du cercle inscrit dans le triangle *ABC*.
OI est donc un rayon de ce cercle et l'angle *OIB* est droit



1. Calculer $OA\ et\ OB$, puis $\sin(\frac{A}{2})$, $\cos(\frac{A}{2})$, $\sin(\frac{B}{2})$ et $\cos(\frac{B}{2})$
2. Calculer $sin\ A, cos\ A, sin\ B\ et\ cos\ B$.
3. Montrer que $sin\ C = sin\ (A + B)$. $Calculer\ sin\ C$.
4. Calculer les distances *BC et AC*.

EXERCICE 6 :

1) On donne $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Calculer $\sin\frac{2\pi}{5}$
2) En déduire les lignes trigonométriques de $\frac{3\pi}{5}\ et\ \frac{\pi}{10}$
3) Résoudre dans $[0\,;2\pi]$, l'équation $\cos x = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$
4) Sachant que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$; donner les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}\ et\ sin\frac{7\pi}{12}$. En déduire $\cos\frac{\pi}{12}\ et\ sin\frac{\pi}{12}$
5) Retrouver autrement les valeurs de $\cos\frac{\pi}{12}\ et\ sin\frac{\pi}{12}$

EXERCICE7 :

1. Démontrer, pour tout $x \in$ **R** les égalités suivantes :
a) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x\cos^2 x$ b) $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \operatorname{sn} x)^2 = 4\cos x\sin x$
c) $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$ $(x \neq k\pi)$.
2.Soit x un réel ; exprimer en fonction de $cos\ x\ ou\ sin\ x$ les nombres suivants
a) $\cos(\pi - x) + \cos(\pi - 3x)$ b) $\sin(-x) + \sin(\pi + x)$
c) $\cos(\pi - x) + \sin(\pi + x)$ d) $\cos(-\pi - x) + \sin(x - \pi) + \sin(4\pi + x)$
3. a) Écrire $cos\ 3x$ en fonction de $cos\ x\ puis\ sin\ 3x$ en fonction de $sin\ x$.
b) En déduire que : $tan3x = tanx \times \frac{3-tan^2x}{1-3tan^2x}$

EXERCICE8

A) Résoudre dans *D* les équations suivantes.

1) $cos\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $D =]-\pi, \pi]$ 2) $sinx - \frac{\sqrt{2}}{2}$; $D =]-\pi, \pi]$
3) $cos\ x = -\frac{1}{2}$ $D =]0\,, 2\pi]$ 4) $\sin(3x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, D = R
5) $4\,cos^2x - 3 = 0$ $D =]0\,, 2\pi]$ 6) $2sin^2x + cos\ x - 1 = 0$; D = **R**
7) $3cos\ x - \sqrt{3}\ sin\ x + \sqrt{6} = 0$; D = **R** 8) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$; D = R
9) $tan^2x + (1+\sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} = 0$; $D =]0\,, 2\pi]$ 10) $\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$ D= R²

B) Résoudre dans D les inéquations suivantes

1. $sinx \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $D =]0\,,2\pi]$ 2. $sinx \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; $D =]0\,,2\pi]$

3. $cosx \leq \frac{1}{2}$; $D =]-\pi,\pi]$ 4. $tanx < \sqrt{3}$; $D =]0\,,2\pi]$

5. $\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right) < 0$; $D =]0\,,2\pi]$ 6. $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}$; $D =]0\,,2\pi]$

EXERCICE9 :

On considère l'équation (E) : $\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{6}$.

1) a) Montrer que $8 + 2\sqrt{12} = (\sqrt{2}+\sqrt{6})^2$

   b) Soit $\alpha \in]\frac{\pi}{2}\,,\pi[$ tel que $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ démontrer que $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

2) Résoudre dans **R** l'équation : $\sin(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3) a) Démontrer que l'équation (E) est équivalente à $\sin(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

   b) En déduire les solutions de l'équation (E) dans l'intervalle $]\frac{\pi}{2}\,,\pi[$.

   c) Démontrer que le réel de la question 1b. est solution de l'équation (E) puis en déduire α .

EXERCICE 10

1. Calculer $(1+\sqrt{3}\,)^2$
2. Résoudre dans IR l'équation : $4x^2 + 2(\sqrt{3}-1)x + \sqrt{3} = 0$
3. Résoudre dans $]0; 2\pi]$ l'équation : $-4\,sin^2x + 2(\sqrt{3}-1)\sin x + \sqrt{3} = 0$
4. Placer les solutions sur le cercle trigonométrique
5. Résoudre dans $]0; 2\pi]$ l'équation : $-4\,sin^2x + 2(\sqrt{3}-1)\sin x + \sqrt{3} \leq 0$

AU TRAVAIL !!!!!!!!